

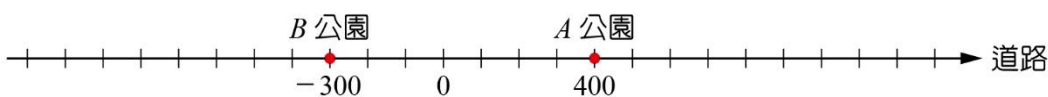
第一章綜合練習

1. 請問下列哪些敘述是正確的？

- (A) 0 是有理數
 (B) 給定長度為 1 的線段，可用作圖做出長度為 $\sqrt{7}$ 的線段
 (C) 每一個有理數都可以經由作圖在數線上找到其位置
 (D) 在數線上兩個相異整數的距離至少是 1
 (E) $0.\bar{9} = 1$

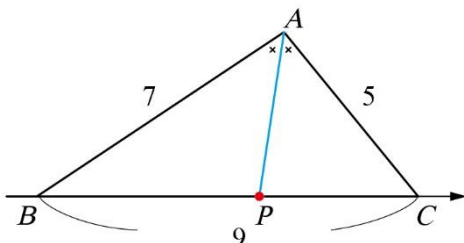
2. 設 a, b, c 都是實數。請問下列哪些敘述是正確的？

- (A) 若 $a > b$ ，則 $ac > bc$
 (B) $\sqrt{a^2} = |a|$
 (C) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
 (D) 若 a, b 是無理數，則 $a+b$ 一定也是無理數
 (E) 若 $|a| > |b|$ ，則 $a > b$

3. 在 $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{200}$ 中有多少個無理數？4. 試比較 $0.0\bar{1} + 0.0\bar{2} + \dots + 0.0\bar{9}$ 和 0.5 的大小關係。5. 實數 $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，試求 b 的值。6. 已知一道路上有 A, B 兩公園，其相關位置可以用數線表示如下。今小菡想在此道路上購屋且希望住家附近 600 公尺內有公園，請幫她在下圖的數線上找出住家位置適合的範圍並將範圍以區間表示。

*7. 設 a, b 為相異的非零實數，且 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$ ，試求 $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ 的值。

8. 如下圖， $\triangle ABC$ 的邊長分別為 $\overline{AB} = 7$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 9$ 。將 BC 邊貼在數線上，使 B 為原點， $\angle A$ 的角平分線交數線於 P 點，試問 P 點的坐標為何？



- 十一** *9. 破布木（學名 *Cordia dichotoma* G. Forst.）是常用的建築用木材，其密度 x 的值在 $0.65 \sim 0.80 \text{ g/cm}^3$ ，則：
- (1) 將密度 x 值的範圍化為 $|x-a| \leq b$ ，試求 a, b 的值。
 - (2) 今有一塊破布木，長、寬、高經測量分別為 0.31 公尺、1.25 公尺、1.14 公尺，試估計此木頭重量的範圍。



破布木的果實

10. 若 a, b 為正數，則：
- (1) 試比較 $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ 和 $\frac{a+b}{2}$ 的大小關係。（提示：通分後相減）
 - (2) 承(1)，何時兩者相等？

A:1. (A)(B)(C)(D)(E) 2. (B) 3. 186 4. 0.5 5. $b = \sqrt{5} - 2$ 6. $[-900, 1000]$
 7. 2 8. $\frac{21}{4}$ 9. (1) $a=0.725, b=0.075$ (2) 287.1375 公斤到 353.4 公斤之間
 10. (1) $\frac{a+b}{2} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ (2) $a=b$ 時， $\frac{a+b}{2} = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

第 2 章 綜合演練

符號 * 為難題

1. 計算下列各式的值：

(1) $(0.64)^{-\frac{1}{2}} \times 8$ 。 (2) $\sqrt{216^{\frac{2}{3}} - 9^{\frac{3}{2}}}$ 。


2. 下列何者正確？

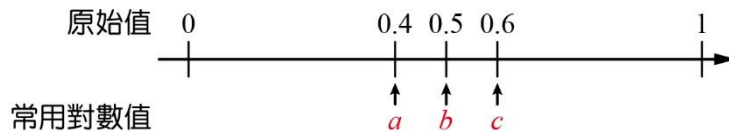
(A) $2^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^0$ (B) $2^{-2} = -4$ (C) $2^{-\frac{1}{2}} = 4^{-\frac{1}{4}}$ (D) $\sqrt[4]{2^3} = \sqrt[8]{2^6}$ (E) $4^{\sqrt{2}} \times 4^{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$

3. 若 $a^{-3} = 4$ ，試問 a 的多少次方是 0.125？


4. 下列何者正確？

- (A) $10^{\log 2} > 10^{\log 3}$
 (B) 每一個正數都可以寫成 10 的某次方
 (C) 將正數 a 寫成 10 的次方時，其指數必為正數
 (D) $a > 0$ ，則 $10^{2\log a} = a^2$
 (E) $a > 0$ ，則 $\frac{1}{a} = 10^{-\log a}$


 5. 如下圖，試判斷 b 的值比較靠近 a 還是 c ？




6. 已知某數的常用對數值是 55.66，將此數表示為科學記號且將係數部分四捨五入至小數點後第二位時為 4.57×10^a ，試問 a 為多少？

 7. 已知光每秒恰走 299792.458 公里，試將光年（光走一年的距離）以科學記號表示，單位為公里，且將係數部分四捨五入至小數點後第三位（一年以 365.2425 天計算）。

*8. 在某個實驗中，原始數據為 a ，所求數據 T 以 $T=2+3 \log a$ 來計算，試問 T 每增加 1 時，原始數據 a 變為多少倍？

 *9. 某放射性物質的重量現為 400 克，已知 5 年後剩下 25 克，試問：
(1) 該放射性物質重量衰變為一半所需的時間（即“半衰期”）。
(2) 從現在起經過多少年後放射性物質的重量會小於 1 克？（四捨五入至整數位）

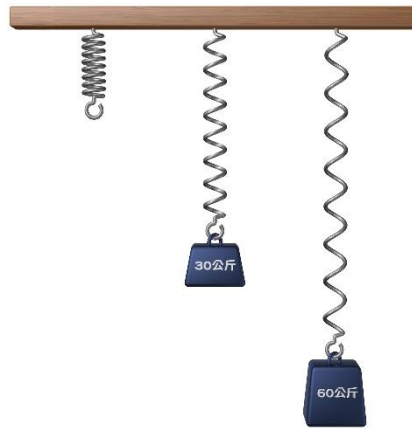
 10. 小雄和多拉 B 夢製造出一個不斷膨脹的紅豆餅，每過一秒紅豆餅的體積會變為原來的 2 倍。若一開始紅豆餅大小為 $10 \times 10 \times 10$ 立方公分，而房間的長、寬、高皆為 3 公尺，則紅豆餅會在 t 到 $t+1$ 秒間撐破房間且 t 為整數，試問 t 的值為何？

A:1.(1)10 (2)3 2. (A)(C)(D) 3. $\frac{9}{2}$ 4. (B)(D)(E) 5. b 距離 c 比較近。 6. $a=55$
7. $\approx 9.461 \times 10^{12}$ 公里 8. $10^{\frac{1}{3}}$ 倍 9. (1) $\frac{5}{4}$ 年 (2) 11 年 10. $t=14$

第3章 綜合演練

符號*為難題

1. 物理學的虎克定律說，當彈簧掛上重物時，在彈性限度內彈簧的伸長量會與彈簧的受力成一次函數的關係。現在有一條彈簧，在彈性限度內掛上 30 公斤與 60 公斤的重物後，彈簧長度分別為 60 公分與 100 公分。試問在彈性限度內若將 42 公斤的重物掛上彈簧後，彈簧長度應為多少公分。



2. 令多項式 $f(x) = (x^2 - 2x + a)(ax^2 + x + 1)$ ，分別回答下列問題：

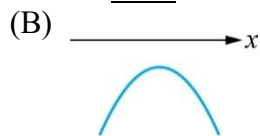
- (1) 若 $f(x)$ 的三次項係數為 0，試求 a 值。
(2) 若 $x+1$ 為 $f(x)$ 的因式，試求 a 值。

3. 試求二次函數 $f(x) = x^2 - 6x + 3$ 在 $0 \leq x \leq 8$ 的最大值與最小值。

4. (1) 試求 $x^5 + 3x^4$ 除以 $x+3$ 的餘式。

- (2) 試求 $x^5 + 3x^4$ 除以 $x^2 + 4x + 3$ 的餘式。(提示：先將 $x^2 + 4x + 3$ 因式分解)

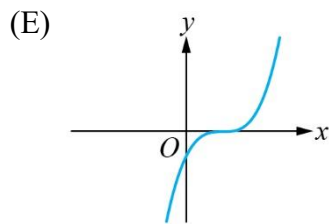
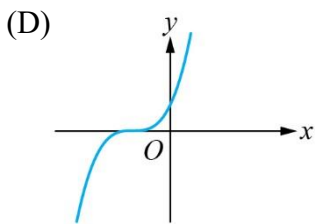
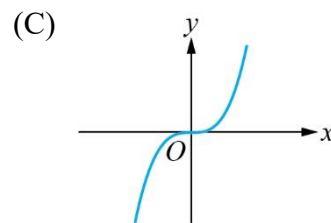
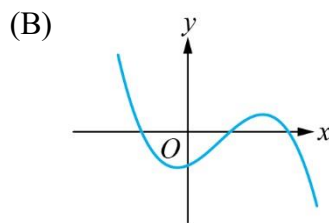
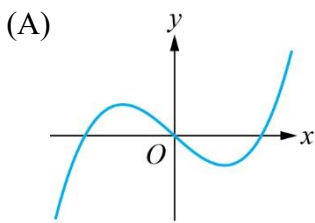
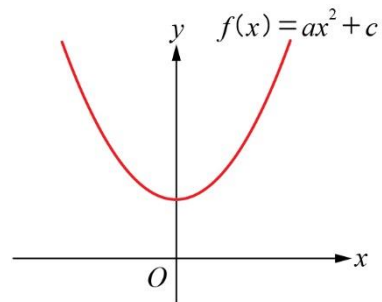
5. 試問 $y = m^2x^2 + mx + 1$ 的圖形可能是下列哪一個？



6. 我們藉由地理學上的實際測量可提出一個觀點，即“河流越往下游，河谷的寬度越寬且河流從源頭往下流的距離與河流的河谷寬度呈一次函數的關係。”今有某條河流全長為 50 公里且在源頭的河谷寬度有 2 公尺，往下流了 6 公里後，河谷的寬度變為 4 公尺。試問在出海口處，此河流的河谷寬度為幾公尺？

7. 試問有多少個整數滿足不等式 $(x+6)(x+4)(x-1)(x-5) \leq 0$?

8. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + c$ 的圖形如右圖，
則下列哪一個圖形最有可能為三次函數
 $g(x) = a(x+c)^3$ 的圖形？



*9. 若三次函數 $f(x) = ax^3 + px$ 滿足 $f(-5) < 0$, $f(-2) > 0$, 試判斷 a, p 的正負號。

*10. 設多項式 $f(x) = x^4 - 8x^3 + 9x^2 - 15x + 100$ 除以 $g(x)$ 的商式為 $x-6$, 餘式為 -98 , 試求 $g(7)$ 。 (提示：先把條件寫成除法原理的形式)

A: 1. 76 (公分) 2. (1) $a = \frac{1}{2}$ (2) $a = 0$ 或 -3 3. 最大值為 19, 最小值為 -6 。 4. (1) 0 (2) $x+3$

5. (D) 6. $\frac{56}{3}$ 公尺 7. 8 個 8. (D) 9. $a > 0, p < 0$ 10. 191

第4章 綜合演練 符號*為難題

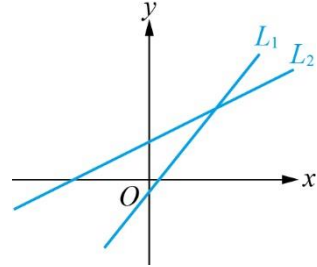
1. 已知坐標平面上有 $A(5, 1)$, $B(-2, 3)$ 兩點, 試求 \overline{AB} 的中垂線方程式。

2. 如右圖, 兩直線 L_1 、 L_2 之方程式分別為

$$L_1: x - ay + b = 0, L_2: cx - y + d = 0。$$

(1) 試判斷 a, b, c, d 的正負號。

(2) 比較 ac 與 1 的大小。(提示: L_1, L_2 不平行)



3. 若點 $P(2k+3, k)$ 在二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+y+3 \leq 0, \\ 2x-y+6 \geq 0 \end{cases}$ 圖形內, 試求 k 之最大可能範圍。

4. 試求直線 $x+y-6=0$ 截圓 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ 的截弦長。

(提示: 不要求交點)

5. 平面上有三條直線 $\begin{cases} L_1: 2x + y = 3, \\ L_2: ax + 4y = c, \\ L_3: -3x + by = 7. \end{cases}$

(1) 已知 L_1 和 L_3 平行, L_2 和 L_3 也平行, 試求 a, b 的值。

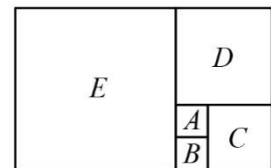
(2) 承(1), L_1 和 L_2 有共同點, 試求 c 的值。

6. 五個正方形 A, B, C, D, E 邊長分別為 1, 1, 2, 3, 5 拼成一個矩形, 如右圖。

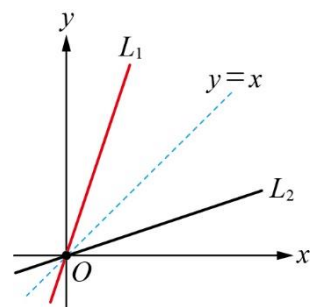
(1) 設正方形 A 的左下角的坐標為 $(0, 0)$, 右下角的坐標為 $(1, 0)$, 請分別寫出 A, C, E 三個正方形中心點的坐標。

(提示: 畫一個準確的圖)

(2) 說明 A, C, E 的中心點在同一條直線上。



7. 已知直線 L_1 與 L_2 相交於原點 $O(0, 0)$ 且 L_1 的斜率為 3, 若 L_1 與 L_2 對稱於直線 $y=x$ (亦即 L_1 上任一點對於直線 $y=x$ 的對稱點必在 L_2 上, L_2 上任一點對於直線 $y=x$ 的對稱點必在 L_1 上), 試求:

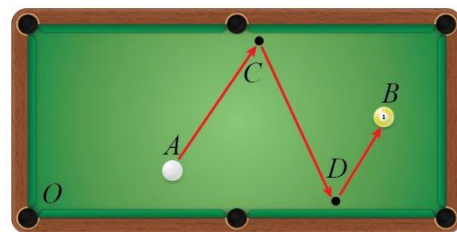


8. 已知坐標平面上兩點 $A(0, 0)$, $B(3, 0)$, 試求:
- (1) 坐標平面上所有滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 的點 P 所成的圖形與方程式。
 - (2) 坐標平面上所有滿足 $\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 的點 P 所成的圖形與方程式。

- *9. 如右圖, $\triangle OAB$ 為等腰直角三角形, $\overline{OA} = 1$, 圓 O 為 $x^2 + y^2 = k$, 試就 k 值討論圓 O 與 $\triangle OAB$ 的交點個數。



- *10. 如下圖, 小菡在撞球檯邊, 想將在 A 位置的母球經由兩次反射擊中 B 位置的色球, 其中第一次反射在球桌上緣的 C 點位置, 第二次反射在球桌下緣的 D 點位置。為了方便分析, 她設立一個平面坐標系, 原點在左下角的 O 點, \overline{OD} 為 x 軸。若 A 點的坐標為 $(4, 1)$, B 點的坐標為 $(10, 3)$, 球桌上緣方程式為 $y=6$, 試問小菡須把母球往哪個點坐標瞄準擊出。(提示: 即求 C 點坐標)



- A: 1. $14x - 4y - 13 = 0$ 2. (1) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ (2) $ac < 1$ 3. $-4 \leq k \leq -2$ 4. $\sqrt{14}$
 5. (1) $a = 8, b = -\frac{3}{2}$ (2) $c = 12$ 6. (1) A 的中心點 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, C 的中心點 $Q(2, 0)$, E 的中心點 $R(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 。(2) $m_{PQ} = m_{PR} = -\frac{1}{3}$, 因為 $m_{PQ} = m_{PR}$, 所以 P, Q, R 三點共線。
 7. (1) $\frac{1}{3}$ (2) $x - 3y = 0$ 8. (1) $x = \frac{3}{2}$ (2) $(x - 4)^2 + y^2 = 4$ 9. (1) $0 < k < \frac{1}{2}$ 時, 有 2 個交點。
 (2) $k = \frac{1}{2}$ 時, 有 3 個交點。(3) $\frac{1}{2} < k < 1$ 時, 有 4 個交點。(4) $k = 1$ 時, 有 2 個交點。
 (5) $k > 1$ 時, 沒有交點。10. $(\frac{43}{7}, 6)$